

# ALGORYTMY I STRUKTURY DANYCH

Temat 2: **Typy i struktury danych.  
Modele danych oparte na drzewach.**

Wykładowca: **dr inż. Zbigniew TARAPATA**

e-mail: [Zbigniew.Tarapata@isi.wat.edu.pl](mailto:Zbigniew.Tarapata@isi.wat.edu.pl)

[http://www.tarapata.strefa.pl/p\\_algorytmy\\_i\\_struktury\\_danych/](http://www.tarapata.strefa.pl/p_algorytmy_i_struktury_danych/)

## Treść wykładu

- Typy proste
- Typy złożone
- Definicja struktury danych
- Liniowe struktury danych
- Tablice z haszowaniem
- Struktury drzewiaste
- Realizacje struktur

## Proste typy danych

Type  $T=(c_1, c_2, \dots, c_n)$

Moc typu  $T$  – wartość funkcji  $moc(T)=n$

Type *kształt* = (prostokąt, kwadrat, elipsa, okrąg)

Integer

Boolean

Char

Real

## Definicja struktury danych

Definicja 2.1:

Strukturą danych nazywamy trójkę uporządkowaną

$S=(D, R, e)$ ,

gdzie:

- ❖  $D$  – oznacza zbiór danych elementarnych  $d_i, i = 1, \dots, |D|$  ( $i$  – jest indeksem poszczególnych danych),
- ❖  $R=\{r_{we}, N\}$  – jest zbiorem dwóch relacji określonych na strukturze danych:
  - $r_{we} \subset \{e\} \times D$  – relacja wejścia do struktury danych  $S$ ,
  - $N \subset D \times D$  – relacja następstwa (porządkująca) strukturę  $S$ ,
- ❖  $e$  – jest elementem wejściowym do struktury danych  $S$  (nie jest to dana wchodząca w skład struktury danych  $S$ ).

## Zbiór danych elementarnych $D$

- Jak widać z definicji struktury danych, zbiór danych elementarnych jest skończony i dla wygody operowania oznaczeniem jego elementów poszczególne dane są indeksowane od wartości 1 w kierunku wartości większych.
- Weźmy zatem dla przykładu pięcioelementową strukturę danych  $S$ . Zapis zbioru jej danych elementarnych może wyglądać następująco:  
$$D = \{d_1, d_2, d_3, d_4, d_5\}$$

- Liczność zbioru danych elementarnych wynosi 5, co zapisujemy:

$$|D|=5$$

## Dana elementarna, zmienna programowa

- *Dana elementarna*  $d_i$  jest pojęciem abstrakcyjnym, rozumianym jako tzw. „nazwana wartość”. Jest ona określana jako uporządkowana dwójka elementów:

$$d_i = \langle n_i, w_i \rangle$$

- , gdzie:
  - ◆  $n_i$  – nazwa danej,
  - ◆  $w_i$  – aktualna wartość danej z określonej dziedziny wartości.
- *Zmienna programowa* jest pojęciem związanym z realizacją danej w konkretnym środowisku programistycznym. Posiada ona zdefiniowaną etykietę (nazwę zmiennej), wraz z określeniem dziedziny wartości, którą może przyjmować dana reprezentowana przez zmienną, a także zdefiniowaną dla tej dziedziny wartości dziedziną algorytmiczną.

## Relacja $r_{we}$ – wskazanie korzenia struktury S

- Relacja  $r_{we}$  jest opisywana poprzez jedno- lub wieloelementowy zbiór dwójek uporządkowanych elementów, z których pierwszym jest zawsze element wejściowy  $e$ , natomiast drugim elementem jest jedna z danych elementarnych ze zbioru  $D$ .
- W sytuacji opisanej powyżej mówimy, że
  - „element  $e$  należy do dziedziny relacji  $r_{we}$ ” –  $Dz(r_{we})$ ,
  - „dana  $d_i$  należy do przeciwdziedziny  $r_{we}$ ” –  $PDz(r_{we})$
- Element (elementy) należące do  $PDz(r_{we})$  są nazywane korzeniem (korzeniami) struktury danych S. Struktura musi mieć zdefiniowany co najmniej jeden korzeń.

Przykład: Załóżmy, że struktura S posiada dwa korzenie, według opisu:

$$r_{we} = \{\langle e, d_2 \rangle, \langle e, d_5 \rangle\}$$

## Relacja $N$ – ustalenie porządku struktury S

- Relacja następstwa  $N$  opisuje wzajemne uporządkowanie elementów w strukturze danych S. Porządek struktury opisujemy w postaci zestawów dwójek uporządkowanych elementów.

Przykład: Opiszmy porządek naszej pięcioelementowej struktury danych S:

$$N = \{\langle d_2, d_1 \rangle, \langle d_1, d_3 \rangle, \langle d_1, d_4 \rangle, \langle d_3, d_4 \rangle, \langle d_5, d_3 \rangle\}$$

UWAGA: Kolejność elementów w strukturze S nie musi być kolejnością elementów należącymi do

poprzednik

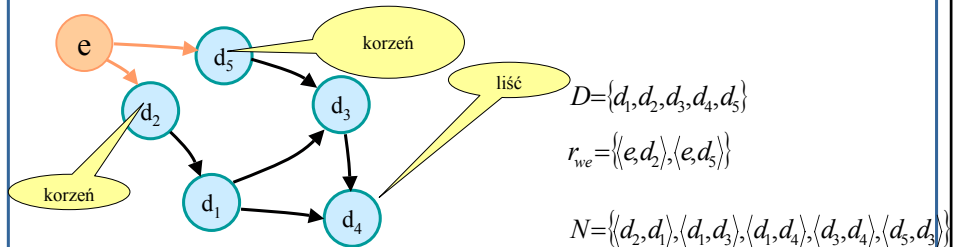
następnik

$PDz(N)$

## Model grafowy struktury danych

- Aby łatwiej zobrazować strukturę danych i w ten sposób lepiej ją zrozumieć, można zbudować dla niej *model grafowy*. W modelu tym:
  - ◆ węzły (kółka) oznaczają poszczególne dane elementarne,
  - ◆ łuki (strzałki) służą do odwzorowania następstw poszczególnych danych elementarnych w strukturze S.

Przykład: Model grafowy dla opisywanej do tej pory struktury S:



## Definicja liniowej struktury danych

### Definicja 2.2:

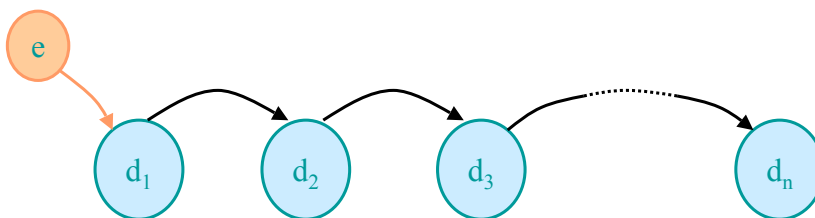
Liniową strukturą danych nazywamy strukturę danych  $S=(D, R, e)$ , w której relacja porządkująca  $N$  opisuje powiązania pomiędzy elementami odpowiednio dla poszczególnych rodzajów list.

Wyróżniamy cztery rodzaje list (jednopoziomych):

- jednokierunkowe listy niecykliczne
- dwukierunkowe listy niecykliczne
- jednokierunkowe listy cykliczne (pierścienie jednokierunkowe)
- dwukierunkowe listy cykliczne (pierścienie dwukierunkowe)

## Jednokierunkowe listy niecykliczne

- Model grafowy listy jednokierunkowej:



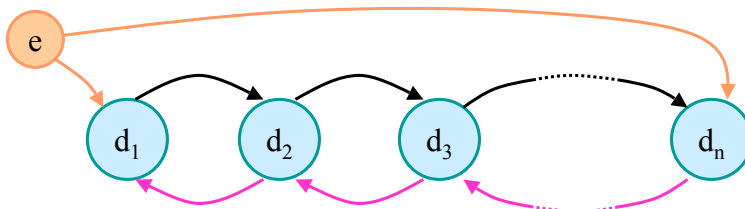
- Relacja następstwa dla listy jednokierunkowej  $L$ :

$$N = N_L$$

$$N_L = \{ \langle d_i, d_{i+1} \rangle : d_i, d_{i+1} \in D, i = 1 \dots |D| - 1 \}$$

## Dwukierunkowe listy niecykliczne

- Model grafowy listy dwukierunkowej:



- Relacja następstwa dla listy dwukierunkowej  $Ld$ :

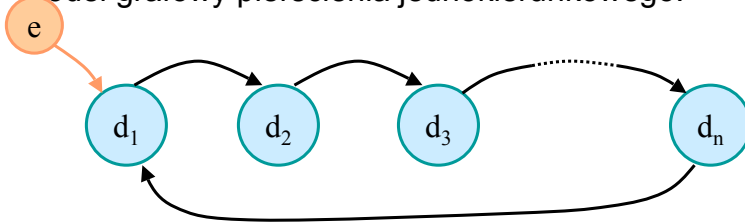
$$N_{Ld} = N_L \cup N_w$$

$$N_L = \{ \langle d_i, d_{i+1} \rangle : d_i, d_{i+1} \in D, i = 1 \dots |D| - 1 \}$$

$$N_w = N_L^{-1}$$

## Pierścień jednokierunkowy

- Model grafowy pierścienia jednokierunkowego:

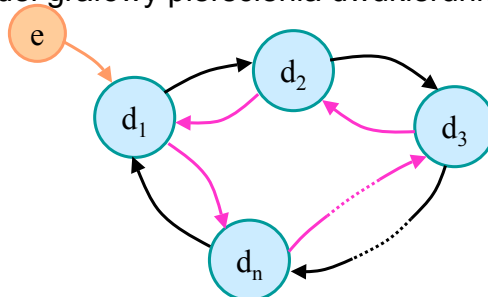


- Relacja następstwa dla pierścienia jednokierunkowego  $P$ :

$$N_P = N_L \cup \{ \langle d_n, d_1 \rangle : d_n, d_1 \in D, n = |D| \}$$

## Pierścień dwukierunkowy

- Model grafowy pierścienia dwukierunkowego:



- Relacja następstwa dla pierścienia dwukierunkowego  $Pd$ :

$$N_{PD} = N_P \cup N_{Pw}$$
$$N_{Pw} = N_P^{-1}$$

## Definicja tablicy rozproszonej (z haszowaniem)

### Definicja 2.3:

- Tablicą rozproszoną nazywamy trójkę uporządkowaną

$$T = (K, D, h), \text{ gdzie}$$

$K = \{k_1, k_2, k_3, \dots, k_n\}$  - zbiór kluczy,

$D = \{d_1, d_2, d_3, \dots, d_n\}$  - zbiór adresów,

$h$  - funkcja *mieszająca* (*haszująca*)  
zdefiniowana następująco:

$$h : K \rightarrow D$$

Tradycyjnym obszarem zastosowań tablic rozproszonych są zagadnienia związane z przetwarzaniem danych.

## Tablice rozproszone, funkcja haszująca

Zadaniem funkcji haszującej  $h$  jest w miarę równomierne obciążanie tablicy rozproszonej (jej komórek). Zagadnienie definiowania funkcji mieszającej jest istotne dla efektywności obliczeń realizowanych na bazie tablic rozproszonych.

- Ma to szczególnie duże znaczenie dla tablic rozproszonych przetwarzanych bezpośrednio w nośnikach zewnętrznych (taśmach, dyskach)
- Nie można jednak wykluczyć powstawania tzw. *konfliktów* w tablicach rozproszonych.



## Konflikty w tablicach rozproszonych

- *Kolizją (konfliktem)* w tablicy rozproszonej nazywamy sytuację powstałą wtedy, gdy:

$$\exists k_i, k_j \in K, k_i \neq k_j \bullet (h(k_i) = h(k_j))$$

- Elementy  $k_i, k_j$  biorące udział w kolizji nazywamy *synonimami*

Dużo więcej o listach i tablicach rozproszonych będziemy mówić na wykładzie 3 i 4

## Drzewiaste struktury danych

### Definicja 2.4:

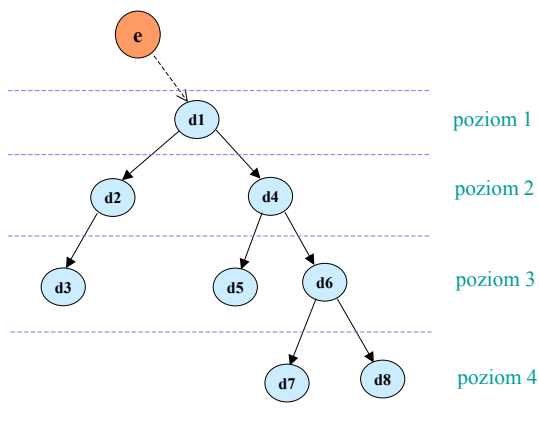
Drzewiastą strukturą danych nazywamy strukturę danych  $S=(D, R, e)$ , w której relacja porządkująca  $N$  opisuje kolejne, rekurencyjne powiązania pomiędzy danymi elementarnymi drzewa, tworzącymi kolejne „poddrzewa”.

Wniosek: Drzewo ze swojej natury jest strukturą hierarchiczną (rekurencyjną). Niezwykle istotne jest tutaj odpowiednie przypisanie danych elementarnych ze zbioru  $D$  do kolejnych poziomów drzewa i opisanie porządku w relacji  $N$ .

## Drzewiaste struktury danych – kilka pojęć podstawowych

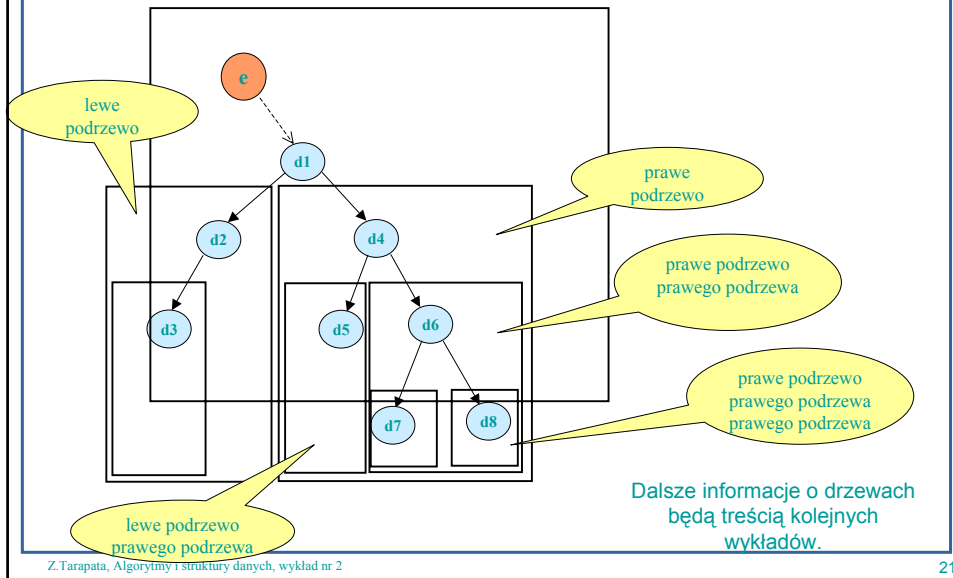
- *Korzeń drzewa* – jest tylko i wyłącznie jeden dla drzewa. Jest to dana wskazywana przez element wejściowy  $e$ ,
- *Liść drzewa* – jest to dana elementarna, która nie posiada swojego następnika w w sensie relacji  $N$ ,
- *Stopień drzewa* – maksymalna liczba możliwych następników dla dowolnego elementu drzewa. Najczęściej przyjmuje się, że stopień drzewa jest potęgą liczby 2 (drzewa dwójkowe, czwórkowe, ósemkowe, szesnastkowe),
- *Droga w drzewie* – kolejne łuki pomiędzy wskazanymi dwoma elementami drzewa, które trzeba pokonać, aby dojść do jednego elementu drzewa do innego
- *Poziom drzewa* – elementy ułożone w tej samej odległości (długości drogi) od korzenia drzewa,
- *Drzewo zupełne* – takie drzewo, którego wszystkie elementy (oprócz liści) mają taką liczbę następników, ile wynosi stopień drzewa

## Przykład modelu grafowego drzewa dwójkowego (binarnego)



Dla powyższego drzewa: wskaż korzeń, liście, opisz zbiór  $D$ , relacje  $r_{we}$  i  $N$

## Rekurencja w drzewie



## Realizacje struktur danych

- **Realizacje sekwencyjne (statyczne)** - wtedy, gdy z góry znamy maksymalny rozmiar przetwarzanej struktury liniowej i z góry chcemy zarezerwować dla niej określony zasób (pamięć operacyjną, pamięć zewnętrzną). W czasie wytwarzania programów komputerowych bazujemy wtedy na *zmiennych statycznych*,
- **Realizacje łącznikowe (dynamiczne)** - wtedy, gdy rozmiar struktury nie jest z góry znany i w czasie jej przetwarzania może istnieć konieczność dodawania do niej nowych elementów lub ich usuwania. W czasie wytwarzania programów komputerowych bazujemy wtedy na *zmiennych dynamicznych (wskaźnikowych)*,
- **Realizacje łącznikowo-sekwencyjne (hybrydowe)** - połączenie obu powyższych metod - wtedy gdy konieczny jest odpowiedni balans pomiędzy zmiennymi statycznymi i dynamicznymi

## Przykłady liniowych struktur danych

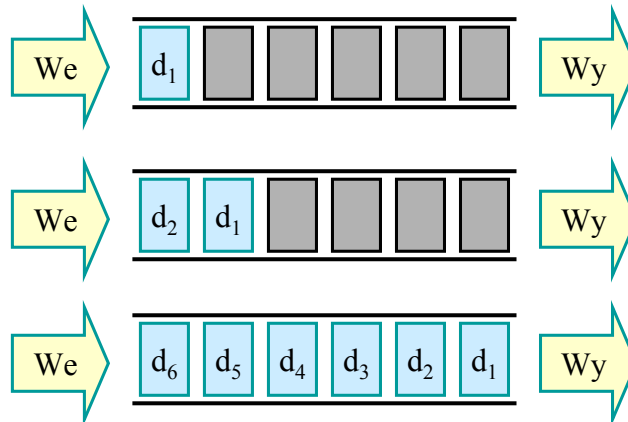
- Definicja listy stanowi podstawę dla zdefiniowania struktury liniowej. Wszystkie przypadki struktur liniowych można zdefiniować bazując na ich odpowiednich reprezentacjach listowych
- Bazując na pojęciu listy powiemy sobie o innych liniowych strukturach danych, będą to:
  - ◆ kolejki,
  - ◆ stosy,
  - ◆ napisy,
  - ◆ tablice sekwencyjne
  - ◆ tablice rzadkie
  - ◆ tablice rozproszone (z haszowaniem).

## Kolejki

- Kolejka (queue) jest strukturą danych wykorzystywaną najczęściej jako bufor przechowujący dane określonych typów.
- Dyscypliny kolejek:
  - ◆ **FIFO** (First In First Out) - pierwszy element wchodzący staje się pierwszym wychodzącym
  - ◆ **Round-Robin** - cykliczna kolejka z dyscypliną czasu obsługi komunikatu przechowywanego w kolejce (w systemach operacyjnych, sieciach komputerowych)
  - ◆ **LIFO** (Last In First Out) - ostatni wchodzący staje się pierwszym wychodzącym (tak działa *stos*)
  - ◆ **kolejki priorytetowe** - dodatkowo w standardowym mechanizmie kolejki uwzględnia się wartości priorytetów przechowywanych danych

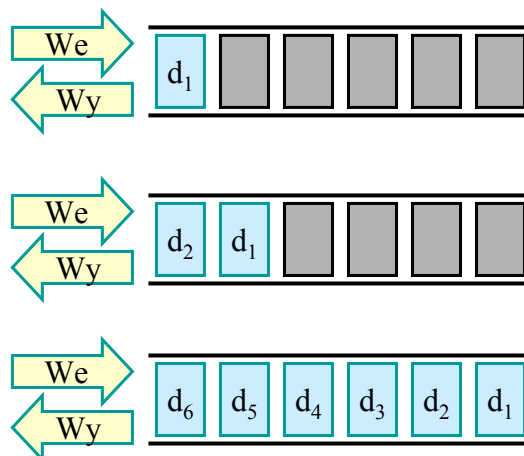
## Kolejki FIFO

- Dyscyplina First In First Out:



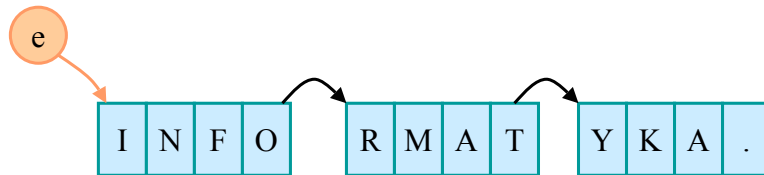
## Stos (kolejka LIFO)

- Dyscyplina Last In First Out:



## Napisy

- Napis (ang. string) może być realizowany na trzy sposoby:
  - ◆ w postaci sekwencyjnej (np. tablica statyczna)
  - ◆ w postaci łącznikowej (każdy znak jest oddzielnym elementem) listy dynamicznej,
  - ◆ w postaci łącznikowo-sekwencyjnej (paczki napisów sekwencyjnych połączone łącznikami):



Łącznikowo - sekwencyjna realizacja napisu

## Tablice sekwencyjne

- W praktyce programowania najczęściej spotykamy się z tablicami:
  - ◆ jednowymiarowymi (wektory),
  - ◆ dwuwymiarowymi (macierze)
  - ◆ trójwymiarowymi (prostokątności)
- Bardzo często używa się pojęcia *tablica* dla określenia implementacji macierzy
- Liczna grupa metod numerycznych wykorzystuje pojęcie tablicy (ciągu, sekwencji liczb)
- Zajmiemy się teraz bardzo ważnymi dla praktyki programowania algorytmami sortowania tablic

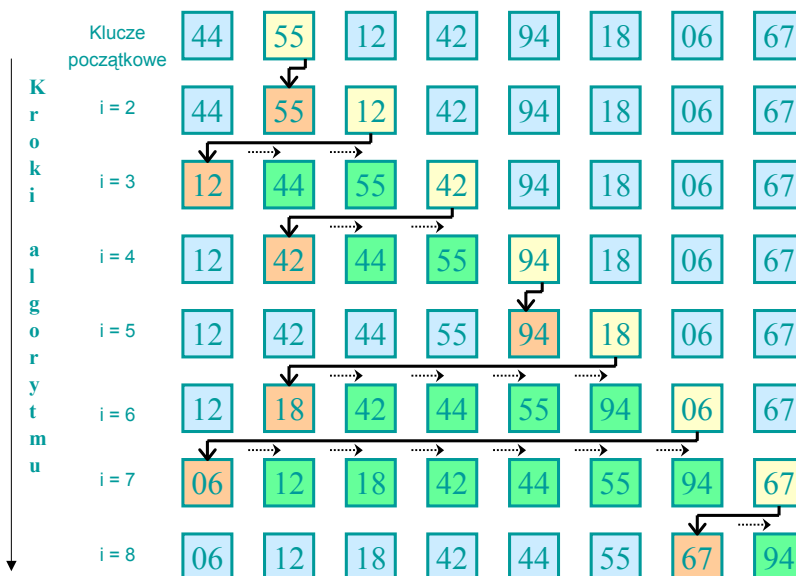
## Algorytmy sortowania tablic sekwencyjnych



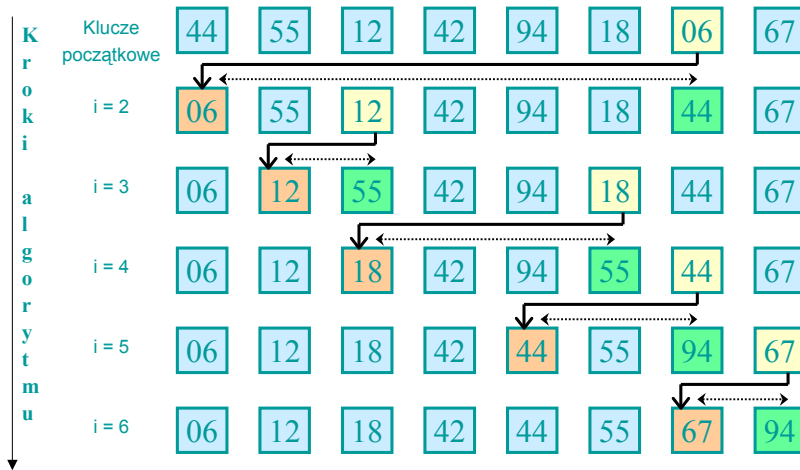
- Omówimy ideę czterech algorytmów sortowania tablic (wg. N.Wirth: „Algorytmy + struktury danych = programy”):
  - sortowanie przez *wstawianie* (ang. insertion sort)
  - sortowanie przez *wybijanie* (*selekcję*) (ang. selection sort)
  - sortowanie przez *zamianę* (ang. exchange sort). Sortowanie to nosi również nazwę sortowania *bąbelkowego* (ang. bubble sort),
  - sortowanie *mieszane* (ang. shake sort)
- We wszystkich przypadkach, w których sortujemy rosnąco, posłużymy się następującym przykładem tablicy liczb naturalnych:



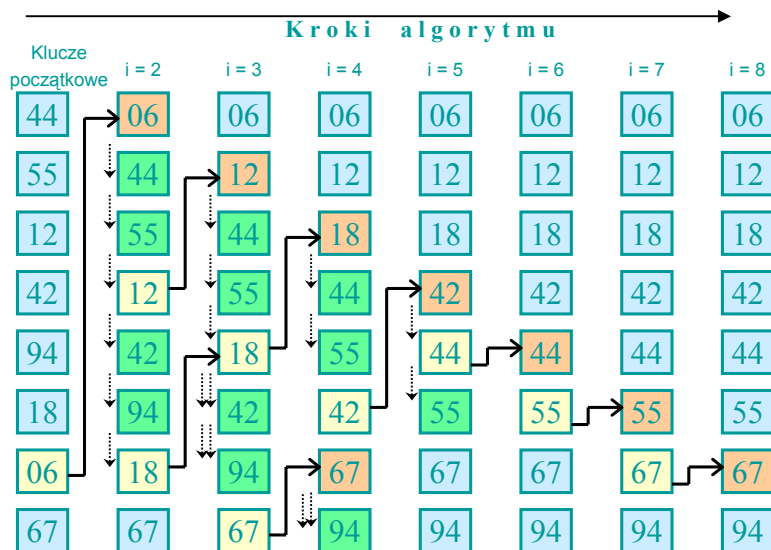
## Sortowanie przez wstawianie



## Sortowanie przez wybieranie

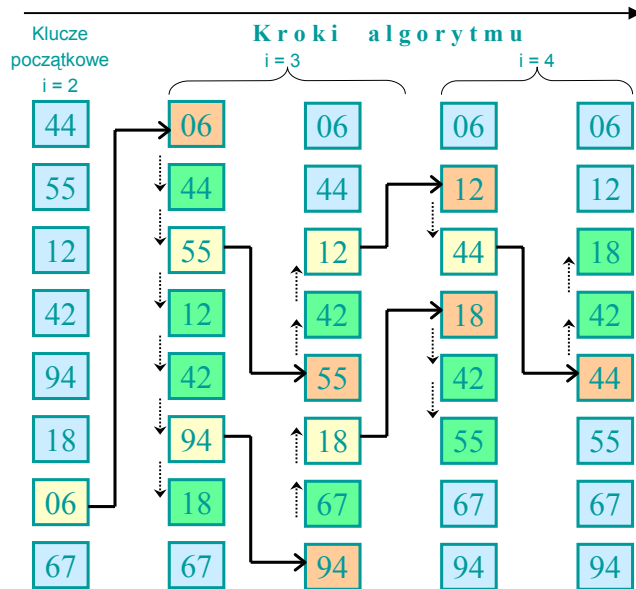


## Sortowanie przez zamianę (bąbelkowe)





## Sortowanie mieszane



## Przykład implementacji algorytmu sortowania przez wybieranie – iteracyjnie - język Pascal



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
12	21	44	51	11	2	34	56	43	8

$od\_el = 3$

$do\_el = 7$

sortowanie rosnąco elementów w przedziale tablicy:

1. dla każdego elementu począwszy od numeru  $od\_el$  aż do numeru  $do\_el - 1$ :
  - 1.1. znajdź najmniejszy z pozostałych tzn.  $od\_el+1, od\_el+2, \dots, do\_el$
  - 1.2. jeśli znaleziony jest mniejszy od bieżącego:
    - 1.2.1. zamień miejscami znaleziony z bieżącym

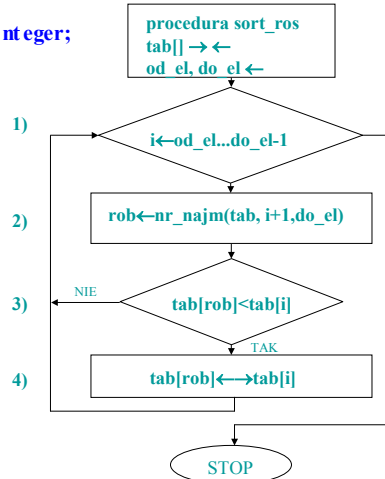
## Przykład implementacji algorytmu sortowania przez wybieranie - iteracyjnie, cd.



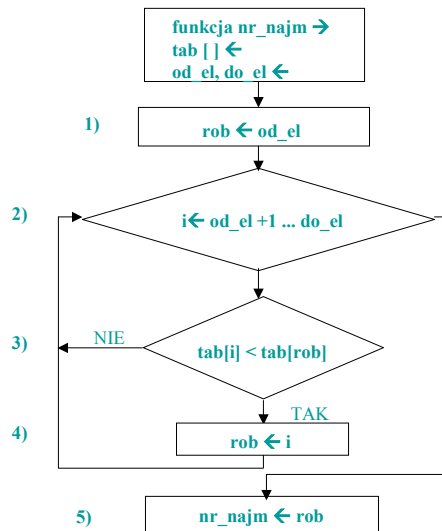
```

procedure sort_ros(var tab : array[1..N] of integer;
                  od_el, do_el : integer);
var
  i, rob, pom : integer;
begin
  for i := od_el to do_el-1 do
    begin
      rob := nr_najm(tab, i+1, do_el);
      if tab[rob] < tab[i] then
        begin
          pom := tab[rob];
          tab[rob] := tab[i];
          tab[i] := pom;
        end;
      end;
    end;
end;

```



## Przykład implementacji algorytmu sortowania przez wybieranie - iteracyjnie, cd.



## Przykład implementacji algorytmu sortowania przez wybieranie – rekurencyjnie - język Pascal



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
12	21	44	51	11	2	34	56	43	8

↑
↑  
**od\_el = 3**
**do\_el = 7**

sortowanie rekurencyjne malejąco elementów w przedziale tablicy:

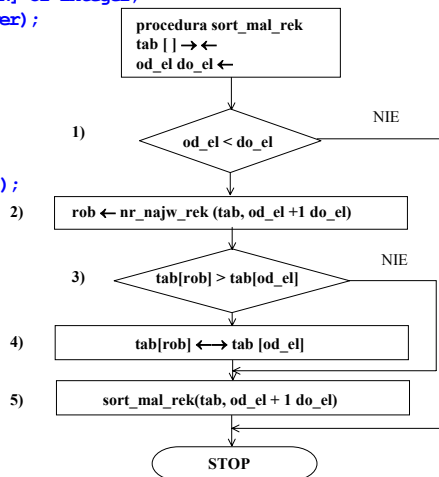
1. dla elementu bieżącego znajdź największy z pozostałych tzn.  $od\_el+1, \dots, do\_el$
2. jeśli znaleziony jest mniejszy od bieżącego:
  - 2.1. zamień miejscami znaleziony z bieżącym
3. posortuj pozostałe tzn.  $od\_el+1, \dots, do\_el$

## Przykład implementacji algorytmu sortowania przez wybieranie - rekurencyjnie, cd.

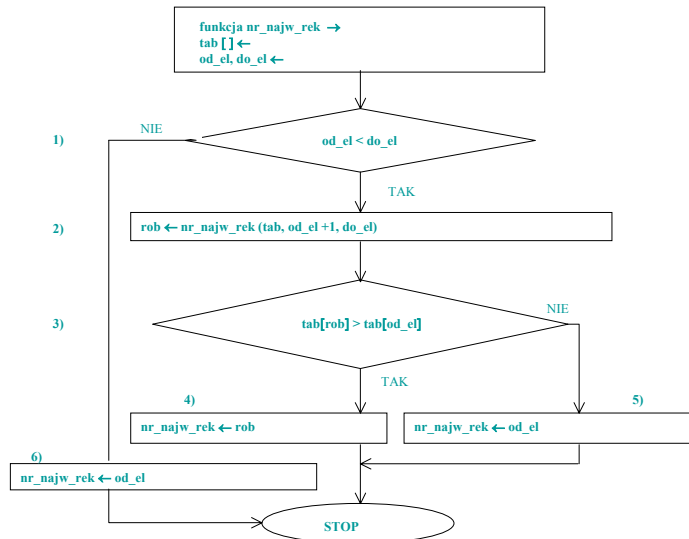


```

procedure sort_mal_rek(var tab : array[1..N] of integer;
                      od_el,do_el : integer);
var
  rob,pom : integer;
begin
  if od_el < do_el then
    begin
      rob := nr_najw_rek(tab,od_el+1,do_el);
      if tab[rob] > tab[od_el] then
        begin
          pom := tab[rob];
          tab[rob] := tab[od_el];
          tab[od_el] := pom;
        end;
      sort_mal_rek(tab,od_el+1,do_el);
    end;
end;
    
```



## Przykład implementacji algorytmu sortowania przez wybieranie - rekurencyjnie, cd.



## Przykład implementacji algorytmu sortowania przez wybieranie - złożona struktura danych



```

const
  M_il_graczy = 10;

type
  T_il_graczy = 0..M_il_graczy;

  T_pozycje =
    (srodkowy,
     skrzydlowy,
     rozgrywajacy);

  T_gracz =
    record
      imie,
      nazwisko : string;
      wzrost : integer;
      gra_jako : set of T_pozycje;
    end;

  T_lista_graczy =
    array [1..M_il_graczy] of T_gracz;

  T_druzyna =
    record
      ilosc : T_il_graczy;
      lista : T_lista_graczy;
    end;
  
```

```

procedure sort_druzyny_ros (var d : T_druzyna;
                           od_el, do_el : integer);
var
  i, rob : integer;
  pom : T_gracz;

begin
  if (od_el < d.ilosc) and (do_el <= d.ilosc) then
    begin
      for i := od_el to do_el-1 do
        begin
          rob := nr_najm_gracza (d, i+1, do_el);
          if d.lista[rob].wzrost < d.lista[i].wzrost then
            begin
              pom := d.lista[rob];
              d.lista[rob] := d.lista[i];
              d.lista[i] := pom;
            end;
          end;
        end;
      end;
    end;
end;
  
```

## Złożoność obliczeniowa algorytmów sortowania

### Sortowanie przez wstawianie



$$P_{Omin} = n - 1$$

$$P_{Rmin} = 2(n - 1)$$

$$P_{Osr} = 0.25(n^2 + n - 2)$$

$$P_{Rsr} = 0.25(n^2 + 9n - 10)$$

$$P_{Omax} = 0.5(n^2 + n) - 1$$

$$P_{Rmax} = 0.5(n^2 + 3n - 4)$$

- ◆  $n$  - ilość elementów w tablicy,
- ◆  $P_{O_i}$  - liczba porównań klucza,
- ◆  $P_{R_i}$  - liczba przesunięć elementów w tablicy

## Złożoność obliczeniowa algorytmów sortowania, cd.

### Sortowanie przez wybieranie



$$P_O = 0.5(n^2 - n)$$

$$P_{Rmin} = 3(n - 1)$$

$$P_{Rsr} = n(\ln n + \gamma)$$

$$\gamma = 0.577216\dots \text{ stała Eulera}$$

$$P_{Rmax} = \text{trunc}(n^2/4) + 3(n - 1)$$

- ◆  $n$  - ilość elementów w tablicy,
- ◆  $P_O$  - liczba porównań klucza (niezależna od liczności elementów),
- ◆  $P_{R_i}$  - liczba przesunięć elementów w tablicy

## Złożoność obliczeniowa algorytmów sortowania, cd.

- Sortowanie przez zamianę (bąbelkowe)



$$P_O = 0.5 (n^2 - n)$$

$$P_{Rmin} = 0$$

$$P_{Rsr} = 0.75 (n^2 - n)$$

$$P_{Rmax} = 1.5 (n^2 - n)$$

- ◆  $n$  - ilość elementów w tablicy,
- ◆  $P_O$  - liczba porównań klucza,
- ◆  $P_{Ri}$  - liczba przesunięć elementów w tablicy

## Złożoność obliczeniowa algorytmów sortowania, cd.

- Sortowanie mieszane



$$P_{Omin} = n - 1$$

$$P_{Rmin} = 0$$

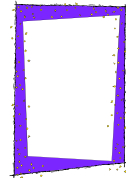
$$P_{Osr} = 0.5 (n^2 - n (k_2 + \ln n))$$

$$P_{Rsr} = n - k_1 \sqrt{n}$$

- ◆  $n$  - ilość elementów w tablicy,
- ◆  $k_1$  - indeks poniżej którego tablica jest posortowana
- ◆  $k_2$  - indeks powyżej którego tablica jest posortowana
- ◆  $P_O$  - liczba porównań klucza,
- ◆  $P_{Ri}$  - liczba przesunięć elementów w tablicy

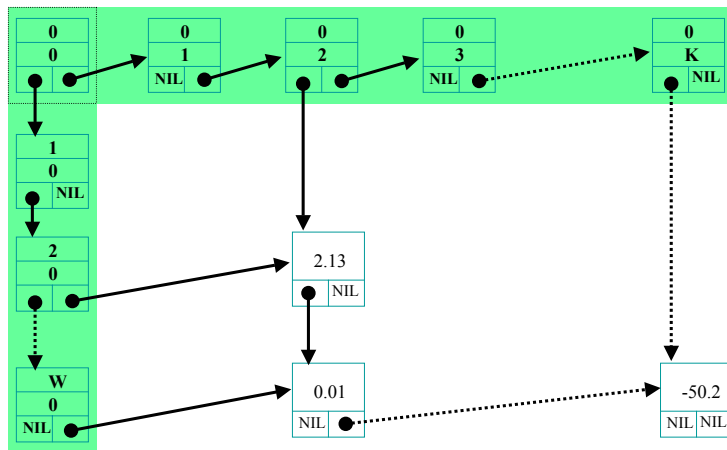
## Pojęcie, zastosowania tablic rzadkich

- *Tablice rzadkie* są jednym z przypadków liniowych struktur danych. Ich cechą charakterystyczną jest to, że przechowują one jedynie tzw. *wartości niezerowe*,
- Po prostu pozycja tablicy z wartością zerową nie występuje (brak pozycji w macierzy oznacza wartość zerową),
- W tablicy są więc przechowywane wyłącznie wartości znaczące (tzn. różne od ustalonej z góry wartości domyślnej)
- Tablice rzadkie realizujemy wyłącznie w postaci łącznikowej (dynamiczne struktury danych)



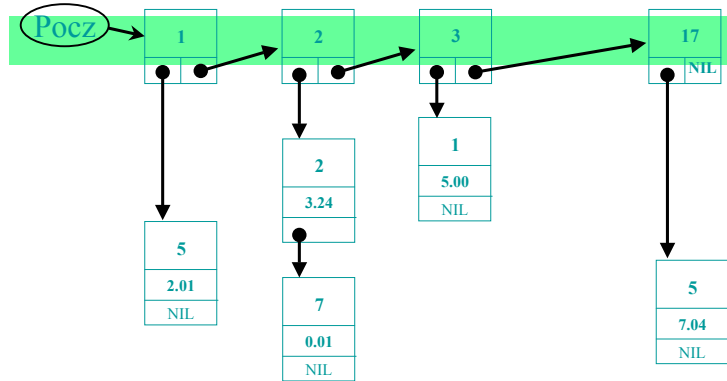
## Pojęcie, zastosowania tablic rzadkich, cd.

- Przykład realizacji tablic rzadkich (tablica dynamiczna):



## Pojęcie, zastosowania tablic rzadkich, cd.

- Przykład realizacji tablic rzadkich (lista dwupoziomowa):



## Pojęcie, zastosowania tablic rzadkich, cd.

- Macierze rzadkie mogą być wykorzystywane do implementacji macierzy incydencji grafów
- Częstym zastosowaniem jest przechowywanie obrazów rastrowych (szczególnie wtedy, gdy na obrazie jest mało „zapalonych” punktów)
- ? Czy potrafisz wyobrazić sobie inne zastosowania macierzy rzadkich?  
Wymień kilka Twoich propozycji w tym zakresie.



## Konflikty w tablicach rozproszonych

- *Kolizją (konfliktem)* w tablicy rozproszonej nazywamy sytuację powstałą wtedy, gdy:

$$\exists k_i, k_j \in K, k_i \neq k_j \bullet (h(k_i) = h(k_j))$$

- Elementy  $k_i, k_j$  biorące udział w kolizji nazywamy *synonimami*.

## Metody haszowania w tablicach rozproszonych

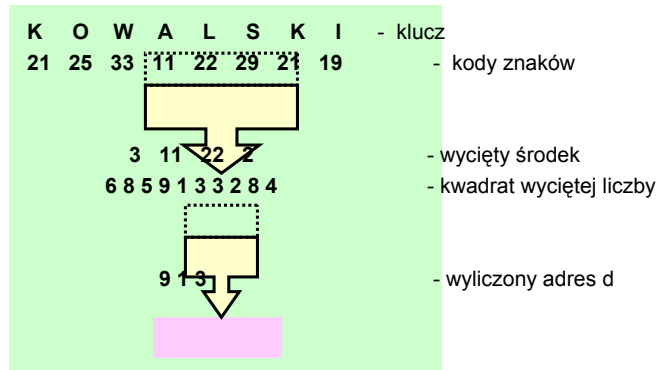
- Omówimy przykłady funkcji niezależnych od rozkładu klucza. Pierwszy z nich, to *randomizacja*:

$$d_i = \text{randomize}(k_i)$$

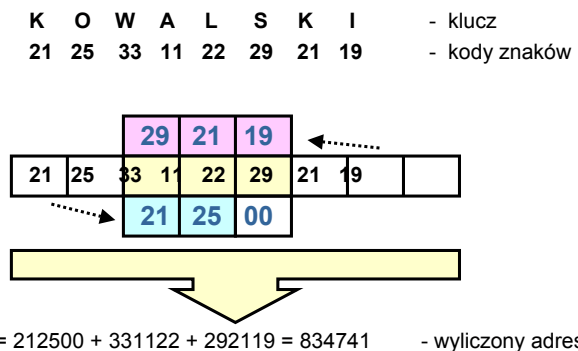
- Jest ona dość prosta, ale rzadko wykorzystywana

## Metody haszowania w tablicach rozproszonych

- Metoda kwadratu środka:



## Metody haszowania w tablicach rozproszonych, cd.



## Metody haszowania w tablicach rozproszonych, cd.

- Metoda dzielenia
  - adres wyliczany według formuły:

$$d = \text{wart}(k) \bmod p, \quad \text{gdzie:}$$

**d** - adres w tablicy rozproszonej (czasami: indeks)  
**wart(k)** - wartość wyliczona na podstawie klucza - inną metodą, np. metodą składania lub kwadratu środka  
**p** - liczba pozycji w tablicy

- w zastosowaniach praktycznych metoda ta jest bardzo efektywna

## Metody haszowania w tablicach rozproszonych, cd.

- Przykład zastosowania metody dzielenia
  - tablica ma 1000 pozycji
  - zakończenie przykładu przedstawionego dla metody *kwadratu środka*:
    - $d_1 = 913 \bmod 1000 = 913$
  - zakończenie przykładu przedstawionego dla metody *składania*:
    - $d_2 = 834741 \bmod 1000 = 741$

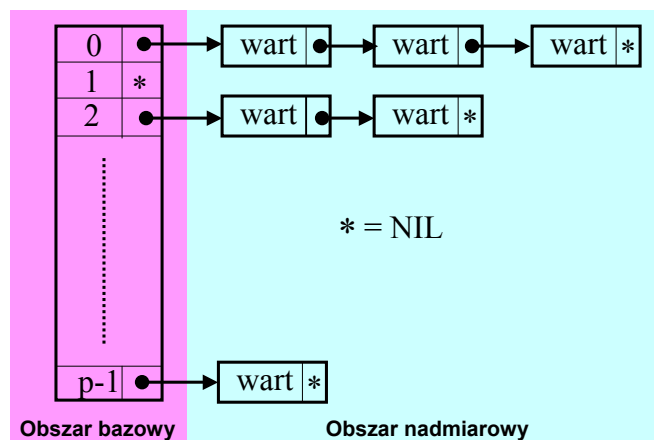
## Organizacja tablic rozproszonych

- Tablice rozproszone bez obszaru nadmiarowego - tutaj dane znajdują się wyłącznie w *obszarze bazowym*
- Tablice rozproszone z obszarami nadmiarowymi:
  - ◆ z listami synonimów
  - ◆ rozproszone tablice indeksowe



## Organizacja tablic rozproszonych, przykład

- Rozproszone tablice indeksowe



## Usuwanie konfliktów w tablicach rozproszonych

- Bez obszarów nadmiarowych - szukanie liniowe
- $d_i = (d_0 + a * i) \bmod p$ , gdzie

$d_0 = h(k)$  - wynik początkowego haszowania klucza  
 $d_i$  - nowy adres, wyliczany wtedy, gdy w  $(i-1)$ -szym kroku wystąpił konflikt  
 $a$  - stały współczynnik empiryczny  
 $i$  - numer kolejnego kroku szukania ( $0 \leq i \leq p$ )  
 $p$  - liczba pozycji w tablicy

## Usuwanie konfliktów w tablicach rozproszonych, cd.

- Bez obszarów nadmiarowych - szukanie kwadratowe
  - ◆  $d_i = (d_0 + a * i + b * i^2) \bmod p$ ,
  - ◆ lub wzór uproszczony:

$$d_i = (d_0 + i^2), \quad \text{gdzie}$$

$d_0 = h(k)$  - wynik początkowego haszowania klucza  
 $d_i$  - nowy adres, wyliczany wtedy, gdy w  $(i-1)$ -szym kroku wystąpił konflikt  
 $a, b$  - stałe współczynniki empiryczny  
 $i$  - numer kolejnego kroku szukania ( $0 \leq i \leq p$ )  
 $p$  - liczba pozycji w tablicy

## Usuwanie konfliktów w tablicach rozproszonych, cd.

- Bez obszarów nadmiarowych - szukanie sześcienne
  - ◆  $d_i = (d_0 + i^3)$ , gdzie
    - $d_0 = h(k)$  - wynik początkowego haszowania klucza  $d_i$  - nowy adres, wyliczany wtedy, gdy w  $(i-1)$ -szym kroku wystąpił konflikt
    - $i$  - numer kolejnego kroku szukania ( $0 \leq i \leq p$ )
    - $p$  - liczba pozycji w tablicy

## Usuwanie konfliktów w tablicach rozproszonych, cd.

- Z wykorzystaniem obszarów nadmiarowych:
  - ◆ *listy synonimów* : pierwsze wstawienie do wolnego miejsca w obszarze bazowym. Kiedy wyliczona w haszowaniu pozycja z obszaru bazowego jest zajęta, to wstawiamy nowy element do listy synonimów podwieszanej pod tą pozycję w obszarze bazowym. Listy synonimów tworzą obszary nadmiarowe
  - ◆ *rozproszona tablica indeksowa* - wszystkie dane są wstawiane do obszaru nadmiarowego
- Obszary nadmiarowe są organizowane w postaci zestawu posortowanych *wykazów liniowych* lub posortowanych i zrównoważonych *wykazów leksykograficznych*



**Dziękuję za uwagę**