Rozdział

Wielokryterialne problemy wyznaczania tras w sieciach komputerowych

Zbigniew TARAPATA
Wojskowa Akademia Techniczna, Wydział Cybernetyki
Zbigniew.Tarapata@isi.wat.edu.pl

Streszczenie

W pracy przedstawiono wielokryterialne podejście do problemów routingu w sieciach komputerowych. Zdefiniowano najważniejsze kryteria, które projektanci sieci komputerowych biorą pod uwagę konstruując algorytmy routingu. Następnie sformułowano zadanie wyznaczania routingu w sieci jako zadanie optymalizacji wielokryterialnej (z wektorową funkcją celu). Opisano metody rozwiązywania sformułowanego zadania optymalizacji wielokryterialnej i przedyskutowano ich własności. Szczególny nacisk położono na opis sposobu przystosowania istniejących algorytmów routingu do rozwiązania sformułowanego problemu wielokryterialnego.

1. Wprowadzenie

Problemy wyznaczania tras (ang. *routing*) są jednymi z najistotniejszych zastosowań metod badań operacyjnych i informatyki teoretycznej w sieciach komputerowych. Z tego też względu jest wiele prac poświęconych tym problemom [4], [5], [10], [12], [21], [22], [27].

Zadania wyznaczania tras są często utożsamiane z zadaniami sterowania ruchem (przepływem), co nie do końca jest uzasadnione. Różnice wynikają w sformułowaniach tych dwóch problemów [10]:

- celem zadań wyznaczania tras jest optymalna alokacja zasobów dla znanego ruchu generowanego przez źródła,
- celem zadania sterowania przepływem oraz przeciwdziałania przeciążeniom jest definiowanie warunków, w których konieczne jest ograniczanie ilości ruchu, a w razie konieczności ograniczenia (dławienia) ilości wprowadzanego i obsługiwanego ruchu, taki sposób alokacji ograniczonych zasobów, który gwarantuje zadany poziom jakości obsługi ruchu.

Ponadto istnieje jeszcze jedna podstawowa różnica między zadaniami wyznaczania tras, a sterowania ruchem: te pierwsze formułuje się i rozwiązuje na etapie projektowania sieci, tzn. na etapie zabezpieczania zasobów – w ogólnym przypadku są zadaniami sterowania prewencyjnego; te drugie – są formułowane i rozwiązywane na potrzeby zarządzania dostępem do sieci i ruchem w sieci, tzn. na etapie alokacji zasobów.

Najczęściej stosowane kryteria wyboru trasy zależą od podstawowej charakterystyki jaką jest jakość obsługi QoS (ang. Quality of Service) [6], [10], [22]. Są to: minimalizacja liczby utraconych pakietów; minimalizacja maksymalnego opóźnienia dotarcia pakietu do celu; minimalizacja liczby tras (w przypadku routingu z wieloma równoległymi (rozłącznymi) trasami); minimalizacja przeciążenia, mierzonego np. średnią wartością ruchu przechodzącego przez łącze; minimalizacja czasu przesyłania ze źródła do ujścia; minimalizacja długości trasy; minimalizacja prawdopodobieństwa niezdatności trasy lub maksymalizacja prawdopodobieństwa jej zdatności.

Jednokryterialne sformułowania problemów routingu wykorzystują zdefiniowane powyżej kryteria. To, jakie metody rozwiązywania zdefiniowanych problemów jednokryterialnych zostaną wykorzystane zależy w praktyce od odpowiedzi na następujące pytania: czy chcemy wyliczać trasy statycznie (klasyczny algorytm Dijkstry, algorytm A*) [3], [9], czy dynamicznie (dopasowując się do obciążenia) [8], [21]; czy w sieci występują zależności stochastyczne [7], [13], [14], [15], [18], [24], [25]; czy wyliczamy drogę dla jednego zadania, czy równolegle dla wielu (np. rozłącznymi trasami transmitując głos i obraz) [11], [16], [17], [19], [20], [23], [25]; czy planujemy wyliczanie alternatywnych tras, czy nie [9], [27].

W wielu przypadkach podejście jednokryterialne w zagadnieniach routingu nie wystarcza. Dla przykładu, autorzy pracy [5] zajmują się dwukryterialnym modelem routingu w wielousługowych sieciach szybkich. Częstym skojarzeniem dwóch kryteriów są sytuacje, w których żądamy szybkiego, ale i niezawodnego dostępu do usługi. Wówczas definiujemy problem dwukryterialny: z czasem transmisji (realizacji usługi) oraz prawdopodobieństwem jej poprawnego zrealizowania. Innym przykładem pary, często sprzecznych, kryteriów są: szybkość i jakość. Przykładów zastosowania kilku kryteriów do oceny routingu jest wiele, a o niektórych z nich traktują prace [10], [12], [22], [24], [25].

Celem niniejszej pracy jest sprecyzowanie wielokryterialnego modelu oceny routingu oraz ocena metod rozwiązywania wielokryterialnych zadań routingu, z uwzględnieniem możliwości adaptacji wykorzystywanych w sieciach komputerowych algorytmów routingu (np. najbardziej popularnego algorytmu Dijkstry).

2. Model sieci routingowej

Zdefiniujmy strukturę sieci, w której dokonywać będziemy routingu :

$$G = \langle N_G, A_G \rangle \tag{1}$$

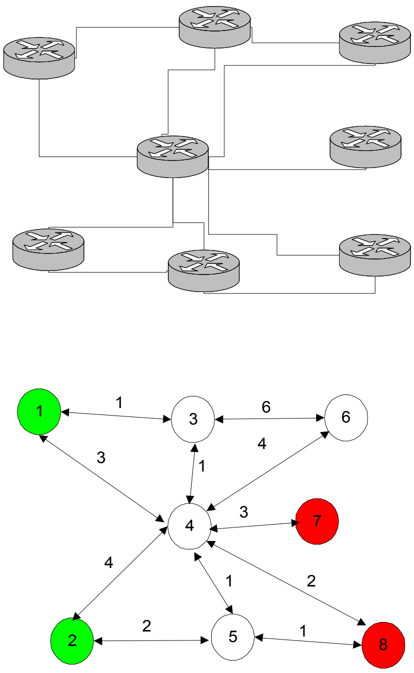
G – graf Berge'a, N_G – zbiór wierzchołków grafu, $N_G=\{1,2,...,N\}$, A_G – zbiór łuków grafu, $A_G = \{\langle n, n' \rangle : n, n' \in N_G\}$, $|A_G|=A$; $\boldsymbol{t}=[t_{n,n'}]_{NxN}$ – K-wymiarowy wektor macierzy opisujący czasy przetwarzania (transmisji) K zadań na łukach grafu G,

$t_{n,n'} = \left\langle t^1_{n,n'}, t^2_{n,n'}, ..., t^k_{n,n'}, ..., t^K_{n,n'} \right\rangle$, $t^k_{n,n'}$ – nieujemna wartość określająca czas przetwarzania (transmisji) k-tego zadania po łuku $\left\langle n, n' \right\rangle$ (gdy $n \neq n'$) lub wewnątrz wierzchołka n (gdy $n = n'$). W ogólnym przypadku, na wierzchołkach oraz na łukach grafu G będziemy mieć zdefiniowane zbiory funkcji opisujących charakterystyki wierzchołka i (lub) łuku, takie jak: czas transmisji, odległość, przepustowość, niezawodność, itp.

Przypomnijmy, że w klasycznym ujęciu wierzchołkami grafu G są przełączniki (routery) sieci, a łuki opisują fizyczne połączenia między wierzchołkami G (patrz Rysunek 1).

(a)

(b)



$$i^s = (1,2)$$
$$i^d = (7,8)$$

$$t^1 = t^2 = \begin{bmatrix} 0 & \infty & 1 & 3 & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & 0 & \infty & 4 & 2 & \infty & \infty & \infty \\ 1 & \infty & 0 & 1 & \infty & 6 & \infty & \infty \\ 3 & 4 & 1 & 0 & 1 & 4 & 3 & 2 \\ \infty & 2 & \infty & 1 & 0 & \infty & \infty & 1 \\ \infty & \infty & 6 & 4 & \infty & 0 & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & 3 & \infty & \infty & 0 & \infty \\ \infty & \infty & \infty & 2 & 1 & \infty & \infty & 0 \end{bmatrix}$$

Rys.1 Sieć routerów (a) oraz model grafowy (b) wraz z macierzami t^1 i t^2 czasów transmisji między poszczególnymi routerami oraz zaznaczonymi wierzchołkami źródłowymi i^s=(1,2) i docelowymi i^d=(7,8)

Niech $I_k(i^s(k), i^d(k))$ oraz $T_k(i^s(k), i^d(k))$ opisują drogę prostą oraz czasy osiągnięcia wierzchołków na tej drodze dla k-tego zadania:

$$I_k(i^s(k), i^d(k)) = \left(i^0(k) = i^s(k), i^1(k), ..., i^r(k), ..., i^{R_k}(k) = i^d(k) \right) \tag{2}$$

$$T_k(i^s(k), i^d(k)) = \left(\tau^0(k), \tau^1(k), ..., \tau^r(k), ..., \tau^{R_k}(k) \right) \tag{3}$$

gdzie $i^r(k)$ - r-ty wierzchołek na drodze k-tego zadania; $\tau^r(k)$ - czas osiągnięcia r-tego wierzchołka na drodze dla k-tego zadania,

$$\tau^r(k) = t^k_{i^0(k), i^0(k)} + \sum_{m=1}^{r} t^k_{i^{m-1}(k), i^m(k)} + t^k_{i^m(k), i^m(k)} \text{ , } r = \overline{1, R_k}, k = \overline{1, K} \tag{4}$$

3. Model wielokryterialnego routingu w sieci

Przedstawimy obecnie model wielokryterialnego routingu w sieci komputerowej. Zakładać będziemy, że routingowi podlega - w ogólnym przypadku - K zadań, które należy transportować z wierzchołków początkowych opisanych za pomocą wektora $i^s = \left(i^s(1), i^s(2), ..., i^s(k), ..., i^s(K)\right)$ do wierzchołków docelowych opisanych za pomocą wektora $i^d = \left(i^d(1), i^d(2), ..., i^d(k), ..., i^d(K)\right)$. Dla K=1 mamy klasyczny przypadek routingu dla pojedynczego zadania. Ponadto zdefiniujemy funkcje oceniające wyznaczane trasy, o których zakładać będziemy, że posiadają pewne własności (np. addytywność).

3.1. Sformułowanie problemu routingu przy wielu kryteriach jako zadania optymalizacji wielokryterialnej

3.1.1. Sformułowanie ogólne zadania optymalizacji z wektorową funkcją celu

Oznaczmy przez $M(i^s,i^d)$ zbiór dopuszczalnych K-wymiarowych wektorów dróg w grafie G z wektora wierzchołków początkowych i^s do wektora wierzchołków końcowych i^d, a przez $I(i^s,i^d)$ – element zbioru $M(i^s,i^d)$. Zwróćmy uwagę, że $I(i^s,i^d)$ jest wektorem, którego składowymi są drogi proste dla każdego k-tego zadania zdefiniowane przez (2). Ustalmy również, że wszędzie tam, gdzie nie będzie to prowadziło do nieporozumień zapis I będzie równoważmy zapisowi $I(i^s,i^d)$ (pomijamy i^s oraz i^d w zapisie).

Dysponujemy P-składowym wektorem $y(I) = \left\langle F_1(I), F_2(I), ..., F_P(I)\right\rangle$ funkcji kryteriów oceniających wektor tras $I \in M(i^s,i^d)$. Funkcje te mogą określać charakterystyki trasy takie, jak: czas transmisji, odległość, przepustowość, niezawodność, itp.

Możemy zatem powiedzieć, że na zbiorze $M(i^s,i^d)$ zdefiniowaliśmy wektorową funkcję celu o postaci:

$$y(I) = \left\langle F_1(I), F_2(I), ..., F_P(I)\right\rangle, \qquad I \in M(i^s,i^d) \tag{5}$$

Problem routingu w sieci możemy obecnie zdefiniować jako problem optymalizacji wielokryterialnej następująco:

$$\left\langle M(i^s,i^d), y(I), R^D\right\rangle \tag{6}$$

gdzie $R^D \subset Y^D(i^s,i^d) \times Y^D(i^s,i^d)$ jest relacją dominowania w następującej przestrzeni kryterialnej $Y^D(i^s,i^d)$:

$$Y^D(i^s,i^d) = \left\{ y(I) = \left\langle F_1(I), F_2(I), ..., F_P(I)\right\rangle : I \in M(i^s,i^d)\right\} \tag{7}$$

$$R^D = \left\{ \left\langle y(I_m), y(I_n)\right\rangle \in Y^D(\cdot,\cdot) \times Y^D(\cdot,\cdot) \ : \ \Psi\left(y(I_m), y(I_n)\right) \right\} \tag{8}$$

$$\Psi\left(y(I_m), y(I_n)\right) = \begin{cases} 1 & \text{gdy wektor dróg } I_m \text{ jest lepszy od wektora } I_n \\ 0 & \text{w przeciwnym przypadku} \end{cases} \tag{9}$$

Problem (6) możemy rozwiązywać stosując różne metody poszukiwania tzw. rozwiązań niezdominowanych (lub dominujących jeżeli niepusty), od których nie ma lepszych w sensie przyjętej wektorowej oceny rozwiązania.

Zbiór wyników dominujących jest równy:

$$Y^{DM}(i^s,i^d)=\left\{ y(I)\in Y^D(\cdot,\cdot)\ :\ \underset{\substack{z(I)\in Y^D(\cdot,\cdot)\\ z(I)\neq y(I)}}{\forall} \left\langle y(I),z(I)\right\rangle \in R^D \right\} \tag{10}$$

Zbiór rozwiązań dominujących jest wyznaczany jako przeciwobraz zbioru Y^{DM}, tzn.

$$M^{DM}(i^s,i^d)=\left\{ I\in M(i^s,i^d) : y(I)\in Y^{DM}(\cdot,\cdot) \right\} \tag{11}$$

Zbiór wyników niezdominowanych jest równy:

$$Y^{ND}(i^s,i^d)=\left\{ y(I)\in Y^D(\cdot,\cdot)\ :\ \sim \underset{\substack{z(I)\in Y^D(\cdot,\cdot)\\ z(I)\neq y(I)}}{\exists} \left\langle z(I),y(I)\right\rangle \in R^D \right\} \tag{12}$$

Zbiór rozwiązań niezdominowanych jest wyznaczany jako przeciwobraz zbioru Y^{ND}, tzn.

$$M^{ND}(i^s,i^d)=\left\{ I\in M(i^s,i^d) : y(I)\in Y^{ND}(\cdot,\cdot) \right\} \tag{13}$$

3.1.2. Przykład sformułowania zadania routingu jako zadania optymalizacji dwukryterialnej

Przyjmijmy, że na każdym łuku $\langle n,n'\rangle$ grafu (1) opisana jest dodatkowo funkcja $F_{n,n'}(t)$, która określa prawdopodobieństwo zdatności łuku przez czas *t*: $F_{n,n'}(t)=P(\gamma_{n,n'}\geq t)$, $\gamma_{n,n'}$ – dodatnia zmienna losowa reprezentującą „czas życia" łuku $\langle n,n'\rangle$. Zakładamy, że zmienne $\gamma_{n,n'}$ są niezależne dla każdej pary łuków. Przyjmiemy również założenie, że czas liczony jest od momentu, kiedy łuk zaczyna pracować (np. przesyłany jest po nim pakiet). Wówczas możemy dla każdego wektora dróg w grafie *G* zdefiniować prawdopodobieństwo, że wszystkie drogi będą zdatne w sposób następujący:

$$\Pr\left(I(i^s,i^d)\right)=\prod_{k=1}^{K}\prod_{r=1}^{R_k} F_{i^{r-1}(k),i^r(k)}\left(t^k_{i^{r-1}(k),i^r(k)}\right) \tag{14}$$

Zdefiniujmy również czas dotarcia przez wszystkie *K* zadań do ich wierzchołków docelowych, jako czas dotarcia najpóźniejszego zadania (15a) lub sumę czasów dotarcia wszystkich zadań (15b), tzn.:

$$T\left(I(i^s,i^d)\right)=\max_{k\in\{1,\dots,K\}} \tau^{R_k}(k) \tag{15a}$$

$$T\left(I(i^s,i^d)\right)=\sum_{k\in\{1,\dots,K\}} \tau^{R_k}(k) \tag{15b}$$

Wówczas wektorowa funkcja celu (5) przyjmie postać:

$$y(I)=\langle T(I),\Pr(I)\rangle, \qquad I\in M(i^s,i^d) \tag{16}$$

tzn. $F_1(I)=T(I)$, $F_2(I)=Pr(I)$.

Przestrzeń kryterialna (7) będzie miała postać:

$$Y^D(i^s,i^d)=\left\{y(I)=\langle T(I),\Pr(I)\rangle : I\in M(i^s,i^d)\right\} \tag{17}$$

natomiast funkcja zdaniowa (9) będzie zdefiniowana następująco:

$$\Psi\left(y(I_m),y(I_n)\right)=\begin{cases}1 & \text{gdy } T(I_m)\le T(I_n)\wedge \Pr(I_m)\ge \Pr(I_n)\\ 0 & \text{w przeciwnym przypadku}\end{cases} \tag{18}$$

Zwróćmy uwagę, że równoważnie, ale mniej formalnie sformułowanie tego zadania może wyglądać następująco:

wyznaczyć takie $I^*(i^s,i^d)\in M\left(i^s,i^d\right)$, aby

$$\begin{aligned} T\left(I^*(i^s,i^d)\right)&=\min_{I(i^s,i^d)\in M(i^s,i^d)} T\left(I(i^s,i^d)\right)\\ \Pr\left(I^*(i^s,i^d)\right)&=\max_{I(i^s,i^d)\in M(i^s,i^d)} \Pr\left(I(i^s,i^d)\right)\end{aligned} \tag{19}$$

3.2. Metody rozwiązywania wielokryterialnych zadań routingu

Idee metod rozwiązywania zadania (6) przedstawimy na przykładzie zadania dwukryterialnego zdefiniowanego w rozdziale 3.1.2.

3.2.1. Metoda rozwiązań kompromisowych

Aby znaleźć rozwiązanie kompromisowe zadania (6) z wektorową funkcją celu (16) należy najpierw wyznaczyć:

$$T^*=\min_{I(i^s,i^d)\in M(i^s,i^d)} T(I(i^s,i^d)) \tag{20}$$

$$P^*=\max_{I(i^s,i^d)\in M(i^s,i^d)} \Pr(I(i^s,i^d)) \tag{21}$$

Sposób wyznaczenia T^* oraz P^* opisano na końcu podrozdziału. Mając T^* oraz P^* możemy zdefiniować $\overline{\Pr}(I)=\frac{\Pr(I)}{P^*}$, $\overline{T}(I)=\frac{T(I)}{T^*}$ otrzymując znormalizowaną wektorową funkcję celu:

$$h(I)=\left\langle \frac{T(I)}{T^*}\ ,\ \frac{\Pr(I)}{P^*}\right\rangle \tag{22}$$

przy założeniu, że $T^*\neq 0$ oraz $P^*\neq 0$.

Jak łatwo zauważyć $\overline{T}(I)\ge 1$ oraz $\overline{\Pr}(I)\le 1$, $I\in M(\cdot,\cdot)$ i otrzymujemy znormalizowany punkt idealny $h^*=(1,1)$.

Stosując metodę rozwiązań kompromisowych z parametrem $p \geq 1$ wykorzystujemy metrykę ε_p w przestrzeni $\overline{Y^D}(\cdot,\cdot)$ zdefiniowanej zgodnie z (17), ale zamieniając $T(I)$ na $\overline{T}(I)$ oraz $\Pr(I)$ na $\overline{\Pr}(I)$ [1] :

$$\varepsilon_p(h^*, h(I)) = \|h^*, h(I)\|_p = \left(\sum_{n=1}^{2} \left| h_n^* - h_n(I) \right|^p \right)^{\frac{1}{p}} \tag{23}$$

gdzie n oznacza liczbę kryteriów (dla rozważanego przykładu n=2). Zwróćmy uwagę, że metryka (23) definiuje różne odległości od rozwiązania idealnego:

- dla p=1 otrzymujemy sumę odchyleń bezwględnych od ideału;
- dla p=2 otrzymujemy normę euklidesową (w przestrzeni dwuwymiarowej = odległości geometrycznej między dwoma punktami);
- dla p=∞ otrzymujemy normę Czebyszewa (minimalizację maksymalnej różnicy między wartością „idealną" któregoś kryterium, a jego wartością aktualną);

Na przykład dla p=1 otrzymujemy:

$$\varepsilon_1(h^*, h(I)) = \left| 1 - \frac{T(I)}{T^*} \right| + \left| 1 - \frac{\Pr(I)}{P^*} \right| \tag{24}$$

Z warunku, że $1 - \frac{T(I)}{T^*} \leq 0$ oraz $1 - \frac{\Pr(I)}{P^*} \geq 0$ otrzymamy

$$\varepsilon_1(h^*, h(I)) = \frac{T(I)}{T^*} - 1 + 1 - \frac{\Pr(I)}{P^*} = \frac{T(I)}{T^*} - \frac{\Pr(I)}{P^*} \tag{25}$$

Dla wyniku kompromisowego h^0 spełniony będzie warunek :

$$\varepsilon_1(h^*, h^0(I)) = \min_{I \in M(i^s, i^d)} \varepsilon_1(h^*, h(I)) = \min_{I \in M(i^s, i^d)} \left[\frac{T(I)}{T^*} - \frac{\Pr(I)}{P^*} \right] \tag{26}$$

Rozwiązanie kompromisowe $I^c \in M(i^s, i^d)$ (dla p=1) jest to takie rozwiązanie, dla którego formuła (26) jest spełniona.

Metoda rozwiązań kompromisowych gwarantuje nam uzyskanie rozwiązania niezdominowanego, tzn. $I^c \in M^{ND}(i^s, i^d)$.

Sposób wyznaczenia T^* oraz P^* zależy przede wszystkim od liczby K zadań, dla których wyznaczamy trasy. Jeżeli K=1, wówczas mamy do czynienia z klasycznym zadaniem wyznaczania drogi najkrótszej w sieci między ustaloną parą wierzchołków, które dla funkcji $T(I(i^s, i^d))$ możemy rozwiązać algorytmem Dijkstry lub jedną z jego szybkich modyfikacji (np. A* [8] lub wersją zmodyfikowaną opartą o wydajne struktury danych (kopce Fibbonaciego, drzewa d-arne) [3]). Dla funkcji $\Pr(I(i^s, i^d))$ możemy zastosować podejście opisane w [13], [14], [15], [24], [25]. Okazuje się, że mimo iż funkcja $\Pr(I(i^s, i^d))$ jest wyliczana w sposób multiplikatywny (iloczyn prawdopodobieństw), to można otrzymać wersję addytywną w sposób następujący: $\hat{\Pr}\left(I(i^s, i^d)\right) = \sum_{k=1}^{K} \sum_{r=1}^{R_k} \left| \ln F_{i^{r-1}(k), i^r(k)} \left(t^k_{i^{r-1}(k), i^r(k)} \right) \right|$. Otrzymane rozwiązania (tzn. $I^*(i^s, i^d)$) zarówno dla funkcji $\Pr(I(i^s,i^d))$, jak i $\hat{\Pr}(I(i^s,i^d))$ będą identyczne. Sytuacja komplikuje się, gdy K>1. Jeżeli będziemy poszukiwali dróg rozłącznych dla K zadań wówczas nawet dla K=2 i funkcji $T(I(i^s,i^d))$ problem jest NP-trudny obliczeniowo i można jedynie wyznaczać rozwiązania przybliżone. O problemach i algorytmach dróg rozłącznych dla K=2 traktują prace [11], [16], [20], [23] natomiast o ogólnym problemie dróg rozłącznych można przeczytać w [17], [19], [24], [25].

3.2.2. Metoda hierarchizacji funkcji celu

Metoda hierarchizacji funkcji celu polega na tym, że w zbiorze funkcji kryteriów wprowadza się relację „ważności", która porządkuje te funkcje począwszy od najważniejszej do najmniej ważnej (mówi się o tzw. porządku leksykograficznym) [1]. Rozwiązanie $I^h \in M(i^s,i^d)$ poszukiwane jest w ten sposób, że rozwiązujemy ciąg zadań jednokryterialnych począwszy od najważniejszej funkcji kryterium, po rozwiązaniu tego zadania do zbioru ograniczeń dodajemy ograniczenie o postaci: wartość najważniejszej funkcji kryterium musi być równa jej wartości optymalnej, po czym rozwiązujemy (z tym nowym zbiorem ograniczeń) kolejne zadanie jednokryterialne biorąc drugą, co do ważności, funkcję kryterium, po rozwiązaniu dodajemy ograniczenie z nią związane, itd. Postępowanie jest kontynuowane aż rozwiążemy zadanie dla ostatniej funkcji kryterium, bądź na etapach wcześniejszych stwierdzimy, że aktualny zbiór rozwiązań dopuszczalnych jest jednoelementowy. Stosuje się również metody hierarchizacji z relaksacją funkcji kryteriów, osłabiając dodawany po każdym etapie obliczeń warunek ograniczający.

Metoda hierarchizacji funkcji celu gwarantuje nam uzyskanie rozwiązania niezdominowanego, tzn. $I^h \in M^{ND}(i^s,i^d)$.

3.2.3. Metody z wykorzystaniem funkcji metakryterium

W metodach tych konstruuje się pewną funkcję zwaną funkcją metakryterium, która niejako "scala" wszystkie kryteria cząstkowe. Stosuje się dwa podejścia do definiowania funkcji metakryterium: w pierwszym funkcja metakryterium ma postać średniej ważonej kryteriów cząstkowych, w drugim dokonuje się minimalizacji maksymalnych odchyleń składowych funkcji kryteriów od ich wartości "idealnych" (analogia do metody rozwiązań kompromisowych z parametrem $p=\infty$).

Funkcję metakryterium w postaci średniej ważonej kryteriów cząstkowych z wagami α_i dla i-tego kryterium definiuje się następująco (przy założeniu, że wszystkie kryteria cząstkowe podlegają minimalizacji):

$$MF(I) = \sum_{i=1}^{P} \alpha_i \cdot F_i^*(I) \tag{27}$$

$$F_i^*(I) = \frac{F_i\ (I)}{F_i^0} = \frac{F_i\ (I)}{\min\limits_{I \in M(i^s,i^d)} F_i(I)} = \frac{\sum\limits_{r=0}^{R_1(I)-1} f_i(n_r,n_{r+1})}{\min\limits_{I \in M(i^s,i^d)} F_i(x)}, \qquad i = \overline{1,P}, \tag{28}$$

gdzie: $f_i(\bullet,\bullet)$ opisuje *i*-tą funkcję łukową grafu *G* (2).

Najczęściej przyjmuje się, że zestaw wag musi spełniać następujące warunki: $\alpha_i \in [0,1]$, $i = \overline{1,P}$, $\sum_{i=1}^{P} \alpha_i = 1$. Gwarantuje nam to (patrz [1]) otrzymanie rozwiązań niezdominowanych, tzn. $I^{MF} \in M^{ND}\left(i^s, i^d\right)$.

Zadanie wyboru optymalnego wektora dróg możemy sformułować następująco: wyznaczyć takie $I^{MF} \in M\left(i^s, i^d\right)$, że

$$MF(I^{MF}) = \min_{I \in M\left(i^s, i^d\right)} MF(I) \tag{29}$$

Problem ten można rozwiązać wykorzystując algorytm Dijkstry z jedną funkcją łukową :

$$mf(n,n') = \sum_{i=1}^{P} \alpha_i \cdot \frac{f_i(n,n')}{F_i^0}, n, n' \in N_G \tag{30}$$

Można pokazać [14], [24], że funkcja łukowa (30) umożliwia wyznaczenie $I^{MF} \in M^{ND}\left(i^s, i^d\right)$ używając algorytmu Dijkstry przy założeniu, że pierwotne funkcje łukowe $f_1, f_2, ..., f_P$ są nieujemne i addytywne.

3.2.4. Inne metody

Do rozwiązywania zadań wielokryterialnego routingu wykorzystuje się również inne podejścia, np. wartości dopuszczalnych (krytycznych), ε-dominowania wektorów [26], syntezy logicznej, uogólnionej syntezy logicznej [1]. Metoda wartości dopuszczalnych polega na tym, że niektóre z funkcji kryteriów wchodzą do zbioru ograniczeń wprowadzając dodatkowe ograniczenie na dolny lub górny próg wartości kryterium. Dla przykładu zadanie (19) można według tego podejścia zapisać następująco:

wyznaczyć takie $I^*(i^s, i^d) \in M\left(i^s, i^d\right)$, aby

$$\Pr\left(I^*(i^s, i^d)\right) = \max_{I(i^s, i^d) \in M(i^s, i^d)} \Pr\left(I(i^s, i^d)\right) \tag{31}$$

przy dodatkowym ograniczeniu: $T\left(I^*(i^s, i^d)\right) \le T_0$, gdzie T_0 – ustalona wartość krytyczna kryterium $T(\bullet)$.

Metoda ε-dominowania wektorów wykorzystuje następującą definicję:

<u>Definicja</u>

Mówimy, że wektor $\mathbf{a} = \left\langle a_1, a_2, ..., a_P \right\rangle$ ε-dominuje wektor $\mathbf{b} = \left\langle b_1, b_2, ..., b_P \right\rangle$ dla ustalonego ε ≥ 0, co zapisujemy $\mathbf{a} \overset{\varepsilon}{\prec} \mathbf{b}$, jeżeli zachodzi :

$$\underset{k=\overline{1,P}}{\forall} \quad a_k \le (1+\varepsilon) \cdot b_k \tag{32}$$

Następnie relację dominowania (8) zastępujemy relacją ε-dominowania opartą o (32) i rozwiązujemy zadanie wyznaczenia drogi ε-najkrótszej, która, zgodnie z definicją (32), charakteryzowała się będzie tym, że wartość każdego kryterium dla niej będzie nie gorsza niż (1+ε) razy od wartości optymalnej tego kryterium.

Wykorzystanie idei ε-dominowania w zastosowaniu do znajdowania przybliżonego rozwiązania problemu najkrótszych dróg przy wielu kryteriach zostało szczegółowo opisane w [26].

4. Podsumowanie

W pracy przedstawiono wielokryterialne podejście do problemów routingu w sieciach komputerowych. Zdefiniowano najważniejsze kryteria, które projektanci sieci komputerowych biorą pod uwagę konstruując algorytmy routingu, a następnie na ich bazie zdefiniowano model wielokryterialnej oceny routingu. Opisane problemy, modele i metody nie wyczerpują oczywiście mnogości zagadnień, które z tym się wiążą. Zasygnalizowano jedynie takie problemy, jak: wyznaczanie dróg rozłącznych, stochastyczne zależności w sieci routingowej, zależność charakterystyk sieci od czasu, itd. Są to problemy często bardzo złożone (również obliczeniowo), do rozwiązania których wykorzystuje się nie tylko klasyczne algorytmy dróg ekstremalnych w sieciach, ale również algorytmy genetyczne, sieci neuronowe, algorytmy randomizowane i inne.

LITERATURA[1]

1. Ameljańczyk A.: Optymalizacja wielokryterialna w problemach zarządzania i sterowania. Ossolineum, Kraków 1984.
2. Boyan J., Mitzenmacher M.: Improved results for route planning in stochastic transportation networks. Proceedings of the Twelfth Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms (Proceedings in Applied Mathematics 103), Washington 2001, 895-902.
3. Cherkassky B., Goldberg A., Radzik T.: Shortest paths algorithms: theory and experimental evaluation. Proceedings of the fifth annual ACM-SIAM symposium on Discrete algorithms, Arlington, Virginia, United States (1994), 516 – 525.
4. Cidon I., Rom R., Shavitt Y.: Analysis of multi-path routing. IEEE/ACM Transactions on Networking, Volume 7 , Issue 6 (December 1999) , 885 – 896.
5. Clímaco, J., Craveirinha, J., Pascoal, M. : A bicriterion approach for routing problems in multimedia networks. Networks, Vol. 41(4) (2002), pp 206-220.
6. Comer D.: Sieci komputerowe i intersieci. WNT, Warszawa 2003.
7. Corea G.A., Kulkarni V. G.: Minimum cost routing on stochastic networks. *Operations Research* 38 (1990): 527-536.
8. Djidjev H., Pantziou G., Zaroliagis C.D.: On-line and dynamic algorithms for shortest path problems. Lecture Notes in Computer Science, vol.900 (1995), 193-204.
9. Eppstein D. : Finding the K shortest Paths. SIAM Journal of Computing, 28(2) (1999): 652-673.

[1] Więcej literatury związanej z tematyką artykułu znajduje się pod adresem: http://tarapata.strefa.pl/publikacje/multi_criteria_routing.htm.

10. Grzech A.: Sterowanie ruchem w sieciach teleinformatycznych. Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2002.
11. Jongh A., Gendreau M., Labbe M.: Finding disjoint routes in telecommunications networks with two technologies. *Operations Research* 47 (1999): 81-92.
12. Kerbache L., Smith J. : Multi-objective routing within large scale facilities using open finite queueing networks. European Journal of Operational Research 121 (2000), 105-123.
13. Korzan B. : Metoda wyznaczania dróg kompromisowych w zawodnych sieciach skierowanych. *Biuletyn WAT* **7** (1982): 21-36.
14. Korzan B.: Metoda wyznaczania dróg niezdominowanych w zawodnych sieciach skierowanych. *Biuletyn WAT* 11 (1983): 21-33.
15. Korzan B. : Optymalizacja dróg w zawodnych sieciach skierowanych. *Biuletyn WAT* 6 (1983): 69-85.
16. Li C.L., McCormick S.T., Simchi-Levi D. : The complexity of finding two disjoint paths with min-max objective function. *Discrete Applied Math.* 26 (1990): 105-115.
17. Li C.L., McCormick S.T., Simchi-Levi D.: Findind disjoint paths with different path-costs: Complexity and algorithms. *Networks* 22 (1992): 653-667.
18. Loui R.P. : Optimal paths in graphs with stochastic or multidimensional weights. *Comm. Assoc. Comp. Mach*. 26 (1983): 670-676.
19. Schrijver A., Seymour P. : Disjoint paths in a planar graph – a general theorem. *SIAM Journal of Discrete Mathematics* 5 (1992): 112-116.
20. Sherali H., Ozbay K., Subramanian S. : The time-dependent shortest pair of disjoint paths problem: complexity, models and algorithms. *Networks* 31 (1998): 259-272.
21. Shoubridge P.: Adaptive Strategies for Routing in Dynamic Networks. Doctor’s Thesis, School of Physics and Electronic Systems Engineering, University of South Australia, 1996.
22. Silva R., Craveirinha J.: An Overview of Routing Models for MPLS Networks. First Workshop on Multicriteria Modelling in Telecommunication Network Planning and Design, Faculty of Economics of the University of Coimbra , September 2004.
23. Suurballe J.W., Tarjan R.E.: A quick method for finding shortest pairs of disjoint paths. *Networks* 14 (1984): 325-336.
24. Tarapata Z.: Optimization of many tasks sending in an unreliable parallel computing system. Proceedings of Regional Conference on Military Communication and Information Systems*,* (Zegrze, Poland, October 06-08) 1999, vol. III, 245-254.
25. Tarapata Z.: Multi-paths optimization in unreliable time-dependent networks. Proceedings of The Regional Conference on Military Communication and Information Systems, 04-06 October, Zegrze (Poland) 2000, vol.I, 181-189.
26. Warburton A.: Approximation of Pareto optima in multiple-objective, shortest-path problems. *Operations Research* 35 (1987): 70-79.
27. Zappala D.: Alternate Path Routing for Multicast**,** IEEE/ACM Transactions on Networking, Volume 12 , Issue 1 (February 2004), 30 – 43.